|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Рассмотрено на ШМО учителей математики, информатики и физики**  **протокол №\_\_\_\_\_**  **«\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_2011г.**  **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Перевязкина О.В.** | **Согласованно**  **зам.директора поУВР**  **\_\_\_\_\_\_\_\_\_Щекутеева Н.В.** | **Утверждаю**  **Директор школы**  **\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Серпокрылова Т.А.** |

**Программа элективного курса для 10-11 классов**

**«Решение нестандартных задач»**

**Учитель математики**

**МОУ СОШ №3**

**с.Александров Гай:**

**Харитоненко Н.В.**

**2010-2012**

**Автор: Цаплина Татьяна Алексеевна**

**учитель математики**

**высшей квалификационной категории**

**МОУ СОШ №6 г. Балашова Саратовской области**

**Пояснительная записка**

Значение математической подготовки в становлении современного человека определяет следующие общие цели школьного математического образования:

- овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для применения в практической деятельности, для изучения смежных дисциплин, для продолжения образования;

- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для полноценной жизни в обществе;

- формирование представлений об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности;

- формирование представлений о значимости математики как части общечеловеческой культуры в развитии цивилизации и в современном обществе

Реализация этих целей на старшей ступени школы дифференцируется в зависимости от направленности интересов ученика. Это позволяет переориентировать систему обучения математике, сделав ее современной и отвечающей новым психолого-педагогическим воззрениям.

Для тех, кто предполагает получить в дальнейшем высшее образование, связанное с естественными науками, техникой и социально-экономическими дисциплинами, математическая подготовка носит более фундаментальный характер. Выпускник, изучавший профильный курс, должен не только поступить в вуз, но и учиться дальше, не испытывая трудностей с математическими обоснованиями и расчетами, в том числе связанными со статистикой.

Профильный курс 10,11 класса физико-математического профилей рассчитан на 6 уроков математики в неделю. Как показал опыт моей работы, этого времени не совсем достаточно для решения основной задачи этого курса: подготовки к поступлению и продолжению образования в вузах, где математика является одним из базовых предметов. Для успешного решения этой задачи необходимо, чтобы ученик сам осознавал свой выбор и прилагал максимум усилий к своему самообразованию. Этому может способствовать предлагаемый элективный курс.

**Классы**: 10,11

**Тип элективного курса:** предметный курс повышенного уровня, имеющий временное согласование с данным учебным предметом

**Количество часов в неделю**: 1 час

**Образовательная область**: математика

**Профили**: данный элективный курс универсален, его можно проводить как в профильных классах, где математика изучается на профильном уровне, так и в универсальных классах общеобразовательных школ, так как он дополняет и расширяет содержание как базового, так и профильного уровня

**Цель курса**: углубление и расширение знаний по математике, развитие логического мышления и познавательного интереса

**Основные задачи**:

- подготовить учащихся к итоговой аттестации;

- подготовить учащихся к поступлению в вуз;

- научить решать нестандартные задачи;

- научить различным приемам, помогающим успешно справиться с заданиями части С;

- расширить представления учащихся о математике как науке.

Современные учебники для общеобразовательной школы не позволяют в полном объеме подготовить учащихся для поступления в вузы, особенно технического профиля. Давно не является секретом, что для этого надо вести серьезную подготовку либо с репетитором, либо обучаться на подготовительных курсах при данном вузе. Однако не все родители могут себе это позволить в силу материальных трудностей. Эту проблему можно решить в стенах родной школы.

**Принцип построения программы:** от простого к сложному. Применяется технология модульного обучения. На первом этапе идет изучение нового материала, на втором – рассмотрение теоретических вопросов и задач, которые вызвали наибольшие затруднения - «урок общения», на третьем – закрепление, на четвертом – контроль. Особенностью является то, что больше времени учащиеся работают в группах, где обязательно есть более сильный ученик. По мере необходимости состав групп может меняться в соответствии с интересами и запросами учащихся. Желательно занятия проводить парами. Если нет такой возможности, то материал (теоретический и практический) каждого занятия можно разделить на две части.

**Особенности:** большую роль в обучении должны сыграть современные информационные технологии и информационные системы. Учащимся будут предложены разные формы познавательной и исследовательской деятельности, итогом которых станет образовательный продукт: доклад, реферат, проект, публикация.

**Планируемые результаты:**

- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми для изучения естественнонаучных дисциплин, продолжения образования и освоения избранной специальности на современном уровне;

- развитие логического мышления, алгоритмической культуры, математического мышления и интуиции, необходимых для продолжения образования и для самостоятельной деятельности в области математики и ее приложениях в будущей профессиональной деятельности;

- овладение навыками компетентности личности в сфере самостоятельной познавательной деятельности, в социально- трудовой и бытовой сфере;

- формирование навыков самообразования, критического мышления, самоорганизации и самоконтроля, работы в команде, умения находить, формулировать и решать проблемы.

**Система оценки достижений учащихся:** административной проверки материала курса не предполагается. Соответствующие задания могут включаться в административные проверочные работы, выноситься на экзамены, но только в качестве дополнительных заданий. В технологии проведения занятий присутствует элемент перекрестной и самопроверки, который предоставляет учащимся возможность самим проверить, как ими усвоен изученный материал. По окончании каждой темы, ученик заполняет индивидуальный лист контроля. Формой итогового контроля может стать защита реферата, проекта, создание публикации, а также – хорошие результаты на ежегодных районных олимпиадах.

**Тематический план**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № модуля | Тема и содержание | Количество  часов | Форма контроля |
| 1 | **Рациональные уравнения и неравенства**  Разложение на множители.  Подстановки при решении рациональных уравнений. Деление многочлена на многочлен. Рациональные корни многочлена. Искусственные приемы при решении рациональных уравнений (выделение полного квадрата, однородные уравнения, использование монотонности функции, сравнение множеств значений). Рациональные уравнения с модулем. Рациональные неравенства высших степеней. Дробно-рациональные неравенства. Неравенства с модулем. | 12 | Математический бой |
| 2 | **Тригонометрические уравнения и неравенства**  Общий прием. Уравнения, решаемые понижением степени. Универсальная подстановка. Однородные уравнения и приводимые к ним. Способ подстановки. Введение вспомогательного угла. Искусственные приемы при решении тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства. Тригонометрические уравнения с параметрами и модулями | 10 | Самостоятельное решение конкурсных задач |
| 3 | **Иррациональные уравнения и неравенства**  Введение новой переменной при решении иррациональных уравнений. Иррациональные уравнения, содержащие кубические радикалы. Искусственные приемы при решении иррациональных уравнений. Иррациональные неравенства.  Параметры. Общие методы решения уравнений с параметрами.  Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами | 10 | Самостоятельное решение конкурсных задач |
| 4 | **Итоговое занятие** | 2 | Защита проектов, рефератов, оценивание публикаций. Определение рейтинга учащихся |
| 5 | **Системы уравнений**  Основные методы решения систем уравнений. Введение новых переменных. Системы, содержащие однородные уравнения. Графический способ. Системы уравнений с параметрами и модулями | 6 | Самостоятельное решение заданий из сборников , ,  и других |
| 6 | **Показательные уравнения и неравенства**  Общие методы решения показательных уравнений. Однородные уравнения первой и второй степени. Метод почленного деления при решении показательных уравнений. Искусственные приемы при решении показательных уравнений. Показательно-степенное уравнение. Показательные неравенства. Показательные уравнения с параметрами и модулями | 8 | Самостоятельное решение заданий ЕГЭ части В и части С из сборников |
| 7 | **Логарифмические уравнения и неравенства**  Основные методы решения логарифмических уравнений. Метод логарифмирования при решении показательно-степенных уравнений. Системы показательных и логарифмических уравнений. Логарифмические неравенства. Логарифмические уравнения и неравенства с модулями и параметрами.  Общие рекомендации по экзамену в форме ЕГЭ | 12 | Тестирование |
| 8 | **Уравнения и неравенства смешанного типа**  Метод оценки. Использование монотонности функции. Переход к совокупности двух систем. Графический способ | 6 | Самостоятельное решение заданий ЕГЭ из части В и части С |
| 9 | **Итоговое занятие** | 2 | Защита проектов, рефератов, оценивание публикаций. Определение рейтинга учащихся |

**Методические рекомендации**

**Занятие 1. (Урок 1-2)**

**Цель:** систематизировать и обобщить знания, полученные в основной школе. Продолжить формирование навыков использования методов подстановки и подбора при решении рациональных уравнений.

**Теоретическая часть.** Определение: под рациональным уравнением принято понимать уравнение, которое может быть записано в виде 

где  – заданные числа, а *х* – неизвестное.

*Основные методы решения рациональных уравнений*

1. *Простейшие:* решаются путем обычных упрощений – приведение к общему знаменателю, приведение подобных членов и т. д. Квадратные уравнения ах² + bх + c = 0 решаются по готовой формуле корней квадратного уравнения или по теореме Виета, которые известны из курса основной школы.
2. *Группировка:* путем группировки слагаемых, применения формул сокращенного умножения привести (если удастся) уравнение к виду, когда слева записано произведение нескольких сомножителей, а справа – ноль. Затем приравниваем к нулю каждый из сомножителей. Этот метод чаще называют - разложение на множители.
3. *Подстановка:* ищем в уравнении некоторое повторяющееся выражение, которое обозначим новой переменной, тем самым упрощая вид уравнения. В некоторых случаях очевидно что удобно обозначить. В более сложных случаях подстановка видна лишь после преобразований. В ряде случаев удобную подстановку желательно знать « заранее».

1) Уравнение *(х + а) + (х + b) = c* сводится к биквадратному, если сделать

подстановку Необходимо дать формулу



2) Симметрическое уравнение  (коэффициенты членов, равноотстоящих от концов, равны) решается с помощью подстановки 

если n – четное; если *n* – нечетное, то уравнение имеет корень *х = -1*.

3) Уравнение вида *(х + а)(х + b)(х + c)(х + d) = f* сводится к квадратному, если

*а + b = c + d* и т. д.

4.  *Подбор:* при решении уравнений высших степеней рациональные корни уравнения  ищем в виде  где p -делитель , q делитель , причем p и q взаимно просты, p – целое число, q - натуральное.

**Практическая часть.** Так как решение квадратных уравнений не вызывает особых трудностей и им уделяется достаточно времени на уроках, то эти уравнения можно не рассматривать. Рассматривается по одному примеру каждого типа, например:

Пример 1. Решите уравнение 

Решение. Разложим на множители знаменатель дроби, стоящей в правой части уравнения, и приведем дроби к общему знаменателю, (х+1)(х+2)≠0, 

После преобразований получим: 

Проверкой убеждаемся, что найденное число является корнем уравнения.

Ответ: 1.

Пример 2. 

Решение. Способ 1. Раскроем скобки и сгруппируем слагаемые 

Проверкой убеждаемся, что найденные числа являются корнями уравнения.

Ответ: a, b, c.

Способ 2. Корни уравнения можно было легко найти, пользуясь теоремой Виета для кубического уравнения: если *х³+px²+qx+r =0*, то 

В нашем случае 

Пример 3. *х³ - 8 + х – 2 = 0*,

Пример 4. 

Решение. Сделаем подстановку  Тогда получаем:



Решая биквадратное уравнение получим корни  Следовательно,

 Проверкой убеждаемся, что найденные числа

являются корнями уравнения.

Ответ: 

Пример 5.  Подстановка 

Пример 6*. (х² + 2х)² - (х + 1)² = 55*. Подстановка *х²+2х =t*.

Пример 7. *2х + 3х³ - 16 х² + 3х + 2 = 0.*

Решение. Симметрическое уравнение. Разделим обе части уравнения на х²≠0, получим  т. е.  Обозначим тогда

 Получаем  Следовательно, имеем

 и ,

Об 

Ответ:  2 и 

Пример 8. *(х – 4)(х – 5)(х – 6)(х – 7) = 1680*.

Решение. Перепишем уравнение в виде *(х-4)(х-7)·(х-5)(х-6)=1680*, т. е.

*(х²-11х+28)(х²-11х+30)=1680*.

Обозначим *х²-11х+28=t*, тогда *t(t+2)=1680*, *t²+2t-1680=0,*  Поэтому

*х²-11х+28= - 42* и *х²-11х+28 = 40*,

*х²-11х+70 =0, х²-11х-12 =0,*

*D<0. *

Ответ: 12 и -1.

**Задания для самостоятельного решения.**№5, 6, 7 стр. 97, №2, 4, 5 стр. 98, №1 – 7 (выборочно) стр. 100, №1, 2, 4, 5 стр. 102 – 103 

Замечание: учащиеся выполняют задания под руководством учителя. Для выполнения заданий учащиеся разбиваются на группы. Оставшиеся задания они могут сделать дома. Каждый ученик сам определяет себе количество заданий для самостоятельного решения.

Предполагается, что учащиеся уже умеют выполнять деление многочлена на многочлен и находить целые корни многочлена.

**Занятие 2. (Урок 3-4)**

**Цель:** сформировать навыкнестандартного подхода к решению рациональных уравнений.

**Теоретическая часть.** При решении уравнений не всегда можно применить стандартный подход, поэтому надо придумать «свой метод», догадаться что-то прибавить и отнять, выделить полный квадрат, на что-то разделить или умножить, использовать свойства функции и т. д

1. *Выделение полного квадрата:* при решении используются формулы сокращенного умножения – квадрат суммы или квадрат разности (а ± b)² = а² ± 2аb *+* b².
2. *Однородные уравнения, т. е.*  уравнения вида *аy²ⁿ + byⁿzⁿ + cz²ⁿ = 0*, где *а, b, c, n* – заданные числа отличные от нуля; y=y(х), z=z(х) – некоторые функции от х. Делим обе части уравнения на *z²ⁿ≠0*. Получаем  Обозначив получаем квадратное уравнение относительно t.
3. *Использование монотонности функции.* Теорема о корне: если задано уравнение f(х)=0 и f(х) – монотонна (возрастает или убывает на области определения), тогда уравнение имеет не более одного корня. Примерами таких функций являются: =х²ⁿ ־¹ - возрастающая, =х²ⁿ при *х≥0* - убывает, при *х≤0* – возрастает,  при k>0  - убывает, при *k<0*  – возрастает.

Свойства монотонности:

1). Если функции *f* и *g* монотонно возрастают, то *f ± g* также монотонно возрастает.

2). Если функция *f* монотонно возрастает, то функция *-f* монотонно убывает.

3). Если функция *f* монотонно возрастает, то функция  монотонно убывает.

1. *Сравнение множеств значений (метод оценки).* Этот метод чаще используется при решении уравнений смешанного типа. Суть его заключается в оценке значений левой и правой части уравнения. Если *f(х)=g(х),* причем *f(х)≥А* и *g(х)≤А*, то *f(х)=А* и *g(х)=А*, т. е. решением уравнения являются абсциссы общих точек касания. Если *f(х)=g(х), а f(х)≥А* и *g(х)<А*, то уравнение решений не имеет.

**Практическая часть.** Рассматривается по одному примеру каждого типа, например:

Пример 1. 

Решение. Выделим полный квадрат, прибавив и вычтя в левой части уравнения  т.е.



Пусть тогда 

Возвращаясь к старой переменной, получаем

Ответ: 

Пример 2. 

Решение. Разделим числитель и знаменатель дробей на 

 обозначим 

Получаем  т.е.  т.е.

 т.е.   Следовательно,

Ответ: 

Пример 3. 

Решение. Это так называемое «однородное уравнение», т.е. уравнение вида  где a, b, c, α – заданные числа отличные от нуля; у=у(х), z=z(x) – некоторые функции от х. Делим обе части уравнения на  Получаем

 Обозначим  получаем квадратное уравнение относительно t.

Разделим обе части данного уравнения на 



Пусть  тогда  т.е.  Следовательно,

Ответ: 

Пример 4. 

Решение. Левая часть уравнения представляет собой сумму монотонно возрастающих элементарных функций, поэтому по свойству монотонности  монотонно возрастает на всей области определения. По теореме о корне уравнение имеет не более одного корня. Этот корень легко найти 

Ответ: 

Пример 5. 

Пример 6. 

Решение.    мы видим, что левая часть уравнения принимает неотрицательные значения, а правая – неположительные, поэтому достаточно решить уравнение  *х* = 1 и проверить равенство *х*³-1=0. При *х* =1 , 1³-1=0, 0=0 – верно, значит 1 – корень уравнения.

Пример 7. х – 8х + 63 = 0.

**Задания для самостоятельного решения.**

№1-5 стр. 105 , №6.001- 6. 030 , задания В4 централизованного тестирования математика-1 2003 года .

Можно предложить учащимся подготовить реферат о других способах решения рациональных уравнений, так как при решении уравнения  (уже изученными способами) у учащихся могут возникнуть трудности.

**Занятие 4. (Урок 8-9).**

**Цель:** обобщить и систематизировать знания, умения и навыки решения неравенств;

сформировать навык решения рациональных неравенств высших степеней, дробно-рациональных неравенств и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля;

**Теоретическая часть.** Определение: выражения вида *f(х)>g(х); f(х)<g(х);*

*f(х)≥g(х); f(х)≤g(х)* называются неравенствами с одной переменной.

Два неравенства называются *равносильными,* если множества их решений совпадают.

Повторяются правила преобразования неравенств в равносильные. Основная идея решения неравенства заключается в замене неравенства более простым, но равносильным заданному неравенству.

1*.Квадратные неравенства,* т. е. неравенства вида *ах² + bх + c > 0 (< 0), а≠ 0.*

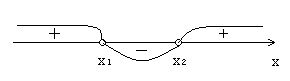
Будем считать, что *а>0*. Если это не так, то умножив обе части неравенства на -1 и изменив знак неравенства на противоположный, получим желаемое.

Чтобы решить неравенство можно:

1. квадратный трехчлен разложить на множители, т. е. неравенство записать в виде

*а(х – х1)(х – х2) > 0 (< 0);*

1. корни многочлена нанести на числовую ось;
2. построить «змейку», проходящую через корни, крайний правый промежуток положителен.



Если квадратный трехчлен не имеет корней, то при а>0 и D<0 квадратный трехчлен при любом х *положителен.*

2*.Рациональные неравенства высших степеней (>2) ,*т.е. неравенства вида  (< 0), n > 2.

Чтобы решить неравенство можно:

1) с помощью методов решения рациональных уравнений разложить многочлен на множители, т. е. неравенство записать в виде

.

2) сократим на заведомо положительные выражения или отрицательные (в последнем случае знак неравенства менять на противоположный).

3) по правилу «змейки» найдем решение (крайний правый промежуток положителен, а затем знаки чередуются).

3*. Дробно-рациональные неравенства.* Для решения неравенства применяется метод интервалов (метод промежутков), который состоит в следующем:

а) на числовую ось наносят точки *х1, х2, …, хn*, разбивающие ее на промежутки, в которых выражение  определено и сохраняет знак (плюс или минус). Такими точками могут быть корни уравнений *f(х)=0* и *g(х)=0*. Соответствующие этим корням точки отмечают на числовой оси: закрашенными кружками – точки, удовлетворяющие заданному неравенству, а светлыми кружками – не удовлетворяющие ему;

б) определяют и отмечают на числовой оси знак выражения  для значений *х*, принадлежащих каждому из полученных промежутков. Если функции *f(х)* или *g(х)* являются многочленами и не содержат множителей вида *(х – а)²ⁿ*, где *nN*, то достаточно определить знак функции  в любом таком промежутке, а в остальных промежутках знаки плюс и минус будут чередоваться.

Если же в числителе и знаменателе дроби  имеется множитель вида

*(х-а)²ⁿ*, где *nN*, то, полагая *х≠а*, делят обе части заданного неравенства на множитель*(х-а)²ⁿ*, положительный при всех значениях *х≠а*, и непосредственной проверкой выясняют, удовлетворяет ли значение *х = а* заданному неравенству.

1. *Неравенства с модулем.* При решении неравенств с неизвестным под знаком модуля пользуемся определением модуля, а также необходимо помнить, что решением неравенства *|х|<а, а>0* является множество *(-а; а),* а при решении неравенства *|х|>а, а>0* является объединение множеств

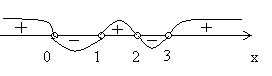
*(-∞; -а)  (а; ∞).*

**Практическая часть.**

Пример 1. *х- 6х³+ 11х² - 6х < 0.*

Решение. Разложим на множители многочлен *х- 6х³+ 11х² - 6х*, используя способ подбора (деления многочлена на многочлен), получим:

*х(х – 1)(х – 2)(х – 3) < 0.*



Ответ: (0;1)  (2;3).

Пример 2. *(х – 1)(х + 2)(2х – 10 - х²) < 0.*

Решение. Перепишем неравенство следующим образом:

*(х – 1)(х – 1)(х + 2)(- х² + 2х – 10) < 0.*

Разделим почленно на *(х – 1)> 0* при *х ≠ 1*; обе части неравенства умножим на -1.

Получим *(х – 1)( х + 2)( х² - 2х + 10) > 0*. Сокращаем на *х² - 2х + 10 > 0* (так как *а = 1, а > 0, D < 0*). Получаем *(х – 1)( х + 2) > 0.*

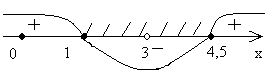
Ответ: (- ∞; -2)  (1;∞).

Замечание: Предложенный метод более понятен учащимся, его удобно использовать для отработки и закрепления навыков решения неравенств, однако для оформления письменных работ используется метод интервалов.

Пример 3. *х²(2х – 9)( х – 1)³ / (2х – 6)≤0.*

Решение. Полагая *х≠0 и х≠3*, разделим обе части неравенства на положительную дробь  и сразу заметим, что *х=0* удовлетворяет заданному неравенству, а *х=3* не удовлетворяет. Кроме того, множители с нечетными показателями степени заменим соответствующими множителями первой степени (ясно, что при этом знак выражения в левой части неравенства не изменится). В результате получим более простое неравенство, равносильное заданному для всех х≠0 и х≠3:

(2х – 9)(х – 1) ≤ 0, решением которого является отрезок [1;4,5].



Учитывая, что значение *х=0* является решением заданного неравенства, но не принадлежит промежутку [1;4,5], а *х=3* не является решением заданного неравенства, но принадлежит этому промежутку, запишем ответ: [1;3)  (3;4,5] , 0. Ответ: [1;3)(3;4,5] , 0.

Пример 4. *| х – 3 | + | х + 2| - х > 5.*

Решение. На числовой оси отметим значения, при которых

*х – 3 = 0* и  *х + 2 = 0,*

*х = 3 х = -2.*

Рассмотрим неравенство на каждом из полученных промежутков.

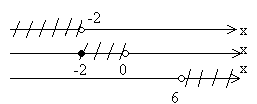
а) Если *х < - 2*, то неравенство принимает вид *–х + 3 – х – 2 – х > 5*, т. е.

*-3х > 4,*  Из соотношений *х < - 2* и следует, что *х < - 2* является решением неравенства.

б) Если *-2 ≤ х < 3*, то неравенство принимает вид *–х + 3 + х + 2 –х >5, т. е. –х > 0, х < 0*.

Из соотношений *-2 ≤ х < 3* и *х < 0* следует, что *-2 ≤ х < 0* является решением данного неравенства.

в) Если *х ≥ 3,* то *х – 3 + х + 2 –х > 5,* т. е*. х >6* – решение неравенства.

Найденные решения данного неравенства на различных промежутках удобно изобразить на числовых осях. 

Ответ: ( -∞ ; 0)  (6 ; ∞).

**Задания для самостоятельного решения.** №1-№5 стр. 155-156, №1-№5 стр. 157-158, №1-№1-№5 стр.159, №1-№5 стр.161 . Задания В7 тестирования математика 1, А10 математика 2**.**

**Занятие 6. (Урок 11-12).**

**Цель:** контроль степени усвоения знаний, умений и навыков решения рациональных уравнений и неравенств; формирование навыков самоконтроля и контроля; развитие познавательной активности и культуры речи, умения доказывать свою точку зрения.

**Ход занятия.**

Учитель сообщает условия игры. Выбираются капитаны. Каждая команда должна решить, кто из игроков какое задание будет защищать во время игры. Капитаны во время игры заполняют лист учета баллов каждого игрока и команды.

**Правила игры:** Вступительное слово ведущего: Здравствуйте! Мы рады приветствовать всех зрителей, участников команд и наисправедливейшее жюри!

Математический бой чем-то напоминает турнир рыцарей, в котором игра идет по честным правилам, а такие качества как честность и благородство присуще сильной половине человечества. С другой стороны, математический бой – это игра, где нужны интуиция и верная тактика, а в этом, как известно, сильна прекрасная половина человечества. В нашей игре не должно быть обид и разочарований. Итак, в нашей сегодняшней игре принимают участие две команды – (название).

Правила оценивания выступлений команд: докладчик (Д) и оппонент (О)

1. -Если Д решает задачу верно и О соглашается, то команда Д получает 10 б., а команда О получает 0 б.

- Если Д решает задачу верно, а О предложил свой верный способ решения, то и

команда Д, и команда О получают по 10 б.

- Если Д решает задачу верно, а О не соглашается и предлагает свой неверный

способ, то команда Д получает 10 б., а команда О получает -10 б.

1. – Если Д решает задачу неверно, и О соглашается, что решение неверно, но не

предлагает своего решения, то Д получает -10 б., а О получает 0 б.

- Если Д решает задачу неверно, а О предлагает свой верный способ, то Д получает

-10 б., а О получает 10 б.

- Если Д решает задачу неверно, а О предлагает свой тоже неверный способ, то Д

получает -10 б. и О тоже -10 б.

1. – Если Д признает, что не решил задачу, а О предлагает верное решение, то Д получает 0 б., а О получает 10 б.

- Если Д признает, что не решил задачу, а О предлагает неверное решение, то Д

получает 0 б. и О получает -10 б.

- Если Д признает, что не решил задачу, О тоже сообщает об этом, то обе

команды получают по 0 б.

Чтобы определить право первого «вызова», капитанам предлагают решить простейшую задачу на сообразительность, кто первый решит, тот и получает право первого «вызова».

Задача. Три разных натуральных числа сначала сложили, а затем их же перемножили. Сумма и произведение оказались равными. Какие это числа?

Ответ: 1, 2, 3.

Капитан, получивший право первого «вызова» советуется с командой и они называют номер задачи, решение которой желали бы услышать. Команда соперников сообщает принят ли вызов. Команды вызывают друг друга по очереди. Если вызванная команда хочет ответить, то она выставляет докладчика, а другая команда выставляет оппонента для проверки решения. Если вызванная команда отказалась отвечать, то вызвавшая команда должна сама рассказать решение задачи. При этом если у оппонента нет решения, то вызов считается некорректным. После каждого выступления жюри оценивает выступления докладчика и оппонента, а капитаны ставят баллы в индивидуальный лист учащегося (см. приложение 2).

Замечание: к доске можно выходить с готовым решением, каждый докладчик может выступать один раз.

По окончании игры подводится итог и определяется рейтинг каждого ученика по тому участию, которое он принял во время игры и подготовке к ней. Учитель в свою очередь отмечает интересные подходы к решению задач и также может добавить лишний балл ученику за интересные находки.

**Занятие 12 (Урок 23-24).**

**Цель:** контроль уровня усвоения способов и методов решения иррациональных уравнений и неравенств, в том числе, содержащих параметры.

**Практическая часть.** Ученикам предлагаются типовые задачи различных уровней сложности по данной теме, которые предлагались абитуриентам на вступительном экзамене в БФ СГУ и другие вузы города. Перед учащимися ставится задача: набрать максимальное количество баллов.

1. Решите уравнения: 1) (3 б.)

2)  (3 б.)

3)  (3 б.)

4)  (4 б.)

5) (5 б.)

**2.** 6) Найдите натуральный корень уравнения (5 б.)

7) Найдите координаты общих точек графиков функций  и (5 б.)

8) Найдите количество целых решений уравнения (6 б.)

9) Найдите все значения параметра *а*, при которых не имеет корней уравнение

 (10 б.)

**3**.Решите неравенства: 10)  (5 б.)

11)  (6 б.)

12) (6 б.)

**4.** 13) Найдите число целых решений неравенства (6 б.)

14) Для каждого допустимого значения параметра *а* решить неравенство  (10 б.)

**Ответы:** 1)  2) 0, 3) 1, 4) нет корней, 5) 1, 6) 7, 7) (-1;1), 8) 9, 9) 

10)  11)  12) 3, 13) 3, 14) если  то решений нет; если  то  если  то 

Замечания: 1) замена 3*х*²+5*х*+3=*t,*

2) так как *3х+2≥0, то х+2>0*, тогда *|х-2|=х-2,*

3) воспользоваться формулой 

4) достаточно найти ОДЗ уравнения,

5) замена 

6) замена *| x |=t*,

7) воспользоваться тем, что первая функция убывающая, а вторая – возрастающая,

8) воспользуемся равенством 

9) использовать условие отсутствия корней квадратного уравнения,

12) оценить левую и правую части неравенства,

13) учесть, что 

14) легче решать графически.

В конце урока учитель собирает работы для их оценивания. Оставшиеся задания предлагает решить дома.

**Занятие 28 (Урок 55-56).**

**Цель:** сформировать навык решения тригонометрических неравенств с помощью тригонометрического круга и по формулам, совершенствовать умения и навыки решения систем уравнений, уравнений и неравенств, содержащих параметры и переменную под знаком модуля.

**Теоретическая часть.** 1.С помощью методов решения тригонометрических уравнений тригонометрические неравенства свести к простейшему виду:

Из  -1<*a*<1 следует 

Из  -1<*a*<1 следует 

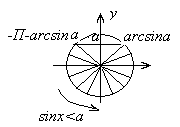
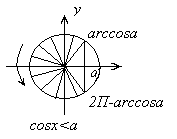
Из  -1<*a*<1 следует 

Из  -1<*a*<1 следует 

Из  следует 

Из  следует 

Тригонометрические неравенства удобно решать, используя *тригонометрический круг*.

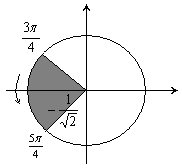
 

В случае *сложного аргумента* тригонометрической функции рекомендуется обозначить его *новой переменной*, решить для него неравенство, а затем вернуться к старой неизвестной.

**Практическая часть.**

Пример 1. 

Решение. Обозначим аргумент косинуса  и получим неравенство  На тригонометрическом круге на оси косинусов отложим значение  и построим соответствующие углы  и  Тогда неравенству  удовлетворяют значения  Учтем периодичность функции  и получим решения  Вернемся к старой неизвестной *х* и получим двойное линейное неравенство:  Ко всем частям неравенства прибавим число   Все части неравенства разделим на положительное число 3. При этом знак неравенства сохраняется: .

Ответ: 

Пример 2. 

Решение. Перепишем уравнение следующим образом



Отметим, что  т.е.  Далее

 т.е. 

Сокращаем на  

 т.е.  т.е.  Отсюда

 т.е. 

Разделим почленно на 2:



Ответ: 

Пример 3. 

Решение. Проведем следующие преобразования

 т.е.

 т.е.

 т.е.

 т.е.

 т.е.



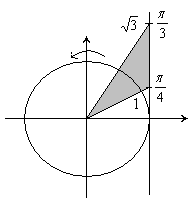
По выше приведенной формуле получаем

 или  где 

Ответ: 

Пример 4. .

Решение. Введем новую переменную  и получим квадратное неравенство  Это неравенство имеет решение  Вернемся к старой неизвестной *х* и получим:  На тригонометрическом круге по оси тангенсов отложим значения 1 и , построим соответствующие углы  и  Тригонометрическому неравенству удовлетворяют значения  Учтем периодичность  функции тангенс и получим: .

Ответ: 

**Задания для самостоятельного решения.** №1-№5 стр. 170, №31-№33 стр. 175, №6 стр. 210, №11 стр. 211 , №8.394-№8.405 стр. 163-164, №8.494-№8.499 стр. 166-167 .

**Занятие 31 (Урок 61-62).**

**Цель:** сформировать навык решения уравнений и неравенств смешанного типа.

**Теоретическая часть.** Определение: уравнение (неравенство), содержащее функции нескольких различных видов, называется уравнением (неравенством) смешанного типа.

1. Уравнения вида . При решении необходимо использовать условие равенства произведения нулю: произведение двух или более множителей равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а остальные при этом не теряют смысла.
2. Уравнения вида . При решении необходимо использовать условие равенства дроби нулю: дробь равна нулю тогда и только тогда, когда ее числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля, причем каждое из выражений при этом не теряет смысла.
3. Уравнения вида . При решении можно использовать метод сравнения множеств значений функций  и  (метод оценки).
4. При решении неравенств вида ,  используется метод интервалов, а также учитывается ОДЗ каждого, входящего в неравенство выражения.
5. При решении неравенств вида  чаще используется метод оценки.

Могут встретиться уравнения и неравенства других видов, для решения которых используются изученные методы, однако мы больше внимания будем уделять приведенным выше видам, так как именно они включены в экзаменационный материал сборника  и ЕГЭ.

**Практическая часть.**  Пример 1. Сколько корней имеет уравнение ?

Решение. Заметим, что , поэтому получаем уравнение  Это уравнение равносильно совокупности 

Корнями первого уравнения совокупности являются числа -1,5 и 1,5, а косинус определен при любых значениях аргумента, поэтому эти числа являются корнями исходного уравнения.

Все корни уравнения  задаются выражением 

Решим неравенство 

Подставляя в выражение значения *n*, равные -1; 0; 1, получаем соответствующие значения *х*:  ни одно из которых не принадлежит промежутку , поэтому найденные числа не являются решением системы, а значит и решением исходного уравнения.

Пример 2. Решите уравнение 

Решение. Заметим, что 

Обозначим  тогда наше уравнение примет вид: 

Так как *t*>0, то *t*=-3 – посторонний корень, тогда 

Ответ: 

Пример 3. Решите неравенство 

Решение. Определим знак числителя. Замечаем, что  значит  тогда  Теперь понятно, что 

следовательно, знаменатель  Решая последнее неравенство, получаем ответ:  Ответ: 

Пример 4. Решите неравенство 

Решение. Надо рассмотреть два случая:

(1)  и (2) 

Первое неравенство системы (1) выполняется при любых *х* из ОДЗ, то есть  Значит, решение первой системы состоит из таких *х*, что  Первое неравенство второй системы может выполняться только при  Ясно, что это *х* также входит в ответ. Ответ: 

Пример 5. Решите неравенство 

Решение. Рассмотрим трехчлен  Оценим его значение. 

 при любом *х*. Таким образом, значение первого множителя не превышает 1.

Оценим значение второго множителя. 

 Верное неравенство логарифмируем по основанию 2, основание больше 1, поэтому ,

 Значения логарифма заключены в промежутке .

Произведение двух множителей, каждый из которых не больше 1, примет значение не меньше 1 тогда и только тогда, когда каждый из множителей равен 1. Имеем: 

Проверкой убеждаемся, что *х*=5 является решением уравнения

, а, следовательно, всей системы 

Ответ: 5.

**Задания для самостоятельного решения.** №6.15-№6.22, №6.13-№6.14, №6.77-№6.78, №6.83-№6.88, №6.101-№6.107, №6.233-№6.277 .

**Занятие 33 (Урок 65-66).**

**Цель:** отработать навыки решения уравнений и неравенств с параметрами смешанного типа графическим способом.

**Теоретическая часть.** В разделе «Алгебра 10-11» электронного пособия (пункт 4) предоставляется возможность для решения задач с параметрами. В пункте 4.1 «Координатная плоскость *(х;у)*» собраны задачи, которые должны помочь учащимся освоить один из наиболее эффективных способов решения задач с параметрами. Виртуальная лаборатория «Графики функций» предоставляет хорошие возможности для быстрого получения ответа в задаче, причем, наглядно. В пункте 4.2 «Координатная плоскость (*х;а)*» представлены упражнения, в которых параметр *а* полезно рассмотреть в качестве второй переменной. Решения этих заданий сводятся к построению графика уравнения *f*(*х;а*)=0 или *а*=*g(х*) в координатной плоскости (*х;а*). Приобретение навыков графического решения уравнений и неравенств с параметрами окажет большую помощь и при изучении аналитических способов решения подобных задач.

**Практическая часть.** Учащиеся выполняют практические задания пунктов 4.1 и 4.2 вышеназванного пособия. В конце занятия каждый получает оценку за выполненное задание. Затем ученик выставляет ее в лист учета рейтинга учащегося (см. приложение 2).

**Задание учащимся.** Подготовить отчет на итоговое занятие.

**Занятие 34 (Урок 67-68).**

**Цель:** подведение итогов работы за год, определение рейтинга каждого учащегося.

**Защита работ учащихся.** На итоговое занятие можно пригласить учащихся всего класса, а также родителей. Обычно такие мероприятия очень интересны не только для тех учащихся, которые увлечены математикой, но и «гуманитариев», так как они узнают для себя много нового, и, может быть, на следующий год кто-то из них проявит интерес к этому предмету. Учащиеся заранее знакомятся с критериями оценивания работ: реферата; доклада; публикации; презентации.

**Список используемой литературы**

**1**. Алексеев И. Г. Математика. Подготовка к ЕГЭ: Учебно–методическое пособие. – Саратов: Лицей, 2004, 112 с.

2.Бродский И. Л. Решение экзаменационных заданий повышенной сложности по алгебре и началам анализа за курс средней школы: Пособие для учащихся. – М.: АРКТИ, 2001, 72 с. (Методическая библиотека).

3. Виленкин Н. Я. И др. Алгебра: Учебное пособие для 9-10 классов средних школ с математической специализацией.- 2-е изд., М.: «Просвещение», 1972, 302 стр.

**4**. Дорофеев Г. В., Муравин Г. К., Седова Е. А. Сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена по математике (курс А) и алгебре и началам анализа (курс Б) за курс средней школы. 11 класс: Экспериментальное пособие. – 4-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2001, 160 с.: ил.

5. Зорин В. В. Пособие по математике для поступающих в вузы. – 2-е изд., М.: «Высшая школа», 1969, 264 с.

**6**. Перегудов А. Б. и др. Математика. Материалы для подготовки к вступительному компьютерному экзамену в СГТУ: Учебное пособие. Саратов: саратовский гос. Техн. Ун-т, 2004, 88 с.

**7.** Письменный Д. Т. Готовимся к письменному экзамену по математике. – 5-е изд., испр. и доп.- М.6 Рольф, 1999. – 288 с. с ил.- (Домашний репетитор)

**8**. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: Учебное пособие/ В.К. Егерев и др.; Под ред. М.И. Сканави. – 6-е изд., стер. – М.6 Высш. шк., 1993, 528 с.: ил.

9. Студенецкая В. Н., Гребнева З. С. Решение задач и выполнение заданий с комментариями и ответами для подготовки к единому государственному экзамену. Часть 1.- Волгоград: Учитель, 2003, 105 с.

10. Сухоруков В. И. и др. Математика для поступающих в БГПИ/ сборник конкурсных задач. – Балашов: Издательство БГПИ, 1995, 112 с.

**11**. Единый Государственный Экзамен по математике (информационный сборник для учителей математики и учащихся общеобразовательных школ). Издательство СарИПКиПРО,2004, 56 с.

**12.** Тесты. Математика 11класс. Варианты и ответы централизованного тестирования. – М.: Центр тестирования МО РФ, 2003.

**13**. Пособие по математике: Для поступающих в Саратовский государственный социально – экономический университет / Сост. Бабин Ю. Я. И др. – Саратов: СГСЭУ, 2001, 124 с.

**14.** Рурукин А. Н. Пособие для интенсивной подготовки к выпускному, вступительному экзаменам и ЕГЭ по математике. – М.: ВАКО, 2004, 248с.- (Интенсив).

**15**. Колягин М. Ю. Алгебра и начала анализа. 10 класс.: Учебник для общеобразовательных учреждений. - М.: Мнемозина, 2001, 364 с.

16. Колягин М. Ю. Математика. Алгебра и элементарные функции. Учебное пособие. Ч. 1.- М.: Агар, 1999, 426 с.

**Образовательные диски**

1. Математика 5-11 классы. Практикум.
2. Математика 5-11 классы. Практикум. Учебное электронное пособие.
3. Сдаем единый экзамен 2004.

*Номера пособий, рекомендуемых учащимся, выделены жирным шрифтом.*

**Темы сообщений**

1. Метод неопределенных коэффициентов и другие способы решения рациональных уравнений 
2. Функции и их свойства. Построение графиков функции [14, диск 2]
3. Графический способ решения уравнений и неравенств [диск 1 и 2]
4. Виды текстовых задач и способы их решения [14, диск 1 и 2]
5. Арифметическая и геометрическая прогрессии [14, диск 1 и 2]
6. Преобразование тригонометрических выражений [14, диск 1 и 2]

**Темы исследовательских работ**

1.Анализ уравнений и неравенств с параметрами, вошедших в сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы и рекомендации по их решению.

2. Анализ уровня сложности показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений, вошедших в сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы и рекомендации по их решению.

3. Анализ заданий оп тригонометрии разделов 5 и 6, сборника заданий для подготовки и проведения письменного экзамена за курс средней школы и рекомендации по их решению.

Темы сообщений можно дать учащимся в начале учебного года, сообщив им, что по мере прохождения материала они могут готовить отчет по выбранной теме, а защита работ пройдет на итоговом занятии. Учащиеся выбирают тему самостоятельно или объединяются в группы. Формы работ могут быть разных видов: реферат, доклад, публикация, презентация. Знакомятся с требованиями выполнения работ и критериями их оценки.

Примечание: методические рекомендации ко всем урокам курса можно найти по адресу <http://bal-pobedpnpo.ucoz.ru/load>